

科目名：機械力学 [1 / 2]

(問題 [1], [2]は別々の答案用紙に解答すること。)

[1] 鉛直 2 次元平面内における剛体の運動について、以下の問に答えよ。

- (1) 半径 R 、質量 M の一様な円板がある。この円板について、摩擦のある傾斜角 ϕ の斜面上で静止させた状態から、円板の中心まわりに一定のトルク T を与え続けた時の運動を考える。なお、以下の問において、並進運動は斜面との平行成分のみを扱い、右向きを正とする。また、回転運動は時計回りを正とする。

円板の中心における並進運動の速度を v 、中心を通る軸のまわりの回転運動の角速度を ω 、時刻を t とするとき、並進運動、および回転運動の運動方程式をそれぞれ示せ。ただし、円板の中心まわりの慣性モーメントを I 、円板に働く摩擦力を f (斜面に平行かつ右向きを正)、重力加速度を g とする(図1-1)。

- (2) 問(1)において、円板が斜面上を滑らずに転がり上がる運動を考える。このとき、円板には静止摩擦が働いており、摩擦によるエネルギーの損失は生じないものとする。この束縛条件より、並進運動の速度 v を求めよ。また、 $v > 0$ を満たすためのトルク T の条件を M, g, ϕ および R を用いて示せ。ただし、 $I = MR^2/2$ とする。

- (3) 問(2)において、運動開始前を基準とし、円板の中心の高さが h_0 に達した時点でトルク T を停止した。このときの円板と斜面との接触点を点 A とする。トルク停止後、円板は中心の高さが $h_0 + h_1$ に達するまで斜面を上ったのち、下降を始めた(図1-2)。トルク停止直後の円板の中心における並進運動の速度を v_0 とするとき、 h_1 を求め、 v_0 および g を用いて示せ。

- (4) 問(3)において、点 A より高い領域において斜面がなめらかであり、円板と斜面との間に摩擦が生じない場合を考える。トルク停止後に円板は斜面を上り、中心の高さが $h_0 + h_2$ まで達したのち、下降を始めた(図1-3)。このとき、 h_2 を求め、 v_0 および g を用いて示せ。また、 h_1 と h_2 の大小関係を示せ。

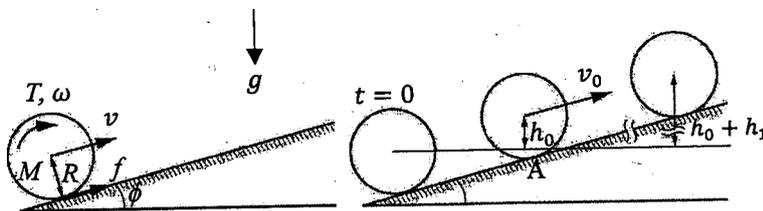


図 1-1

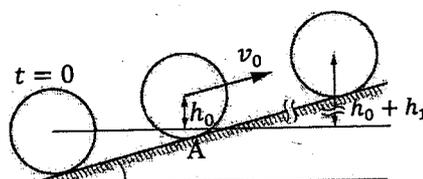


図 1-2

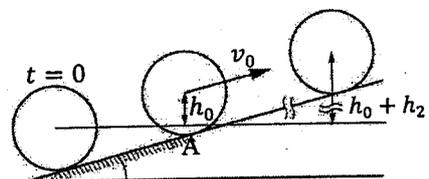


図 1-3

科目名：機械力学 [2 / 2]

(問題 [1], [2] は別々の答案用紙に解答すること.)

- [2] 図 2-1 は、質量 M 、重心回りの慣性モーメント I の剛体はりである。はりは、重心から距離 L_1 と L_2 の位置でそれぞればね定数 k_1 と k_2 のばねで支持されている。はりの回転角度を θ (反時計回りが正)、重心の上下方向の変位を x (上向きが正) とする。このはりについて以下の問いに答えよ。ただし、回転角度 θ は微小であり、 $\sin \theta \cong \theta$ 、 $\cos \theta \cong 1$ で近似できるものとする。

- (1) 図 2-1 の 2 自由度振動系の自由振動を表す運動方程式を示せ。
- (2) 重心回りの回転運動と重心の上下方向の運動が非連成 (二つの振動モード間の相互作用がない状態) になる条件を示せ。

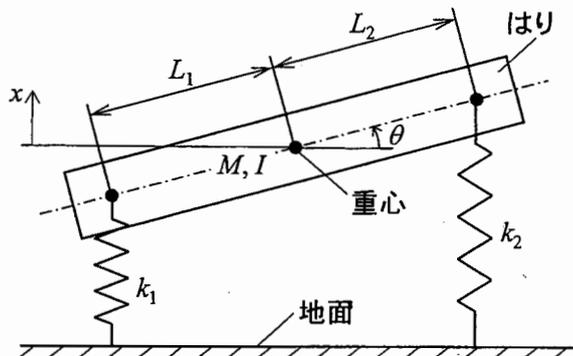


図2-1 2自由度振動系

- (3) (2)で示した状態において、はりの重心に質量 m のおもりがばね定数 k_3 のばねと粘性係数 c のダンパを介して結合されたものとする (図 2-2). 地面が $x_0 = X \sin \omega t$ で上下に振動するとき、はりの重心の上下方向の運動とおもりの上下方向の運動を表す運動方程式を示せ。
- (4) (3)で示した状態において、粘性係数 c を 0 としたとき、はりの変位 x の振幅が 0 となる条件を示せ。

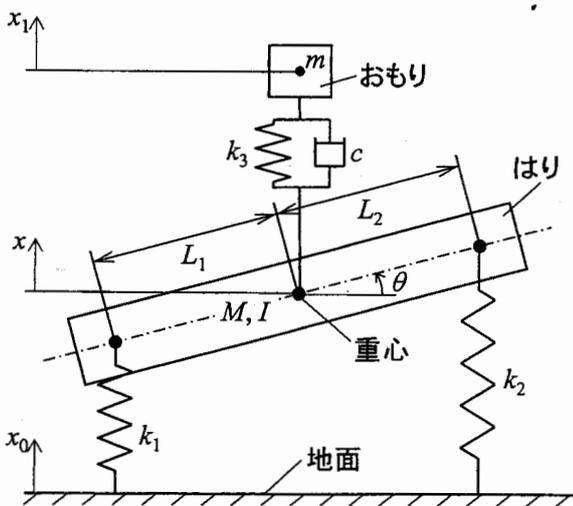


図2-2 3自由度振動系

- (5) 以下の 5 つの単語の英訳を示せ。
- ・運動方程式
 - ・固有振動数
 - ・振動
 - ・変位
 - ・自由度