2020年度
神戸大学大学院工学研究科 博士課程前期課程
機械工学専攻　入学試験問題

科目名：流体力学　［1 / 1］

（問題[1], [2]は別々の答案用紙に解答すること．）

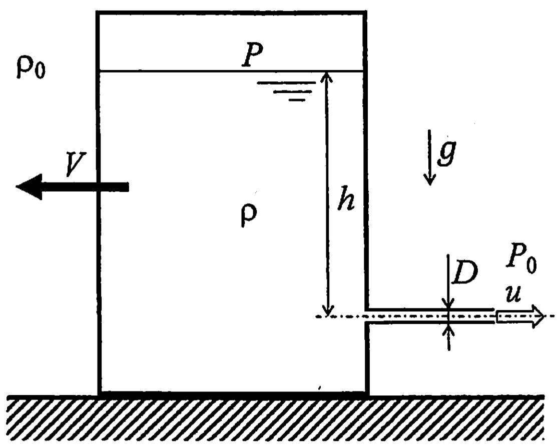
[1] 速度ポテンシャル$\Phi(r, \theta, \varphi) = b[r + a^3/2r^2]\cos\theta$で表される密度$\rho$の非圧縮非粘性流体の定常流について考える．ここで，r, θ, φは各々球座標系の径方向座標，天頂角及び方位角であり，a, bは正の定数とする．また，外力は働かないものとする．以下の問いに答えなさい．

(1) r, θ, φ方向の速度成分u_r, u_θ, u_φを求めなさい．
(2) 速度の大きさuを求めなさい．
(3) $r = a, \varphi = 0$において，$0 \leq \theta \leq \pi$の範囲のuをθに対して描きなさい．
(4) $r = a$における圧力Pを求めなさい．ただし$r \to \infty$における圧力を定数P_0とする．
(5) $r = a, \varphi = 0$における$0 \leq \theta \leq \pi$の範囲の$P - P_0$をθに対して描きなさい．
(6) $r \leq a$の球内の流体要素が周囲流体から受ける力を求めなさい．

なお，必要に応じて球座標系に関する以下の数学公式を用いてよい．
スカラー場Aの勾配：$\nabla A = (\partial A/\partial r, (1/r)\partial A/\partial\theta, (1/r\sin\theta)\partial A/\partial\varphi)$ (各々r, θ, φ方向成分を表す)
ベクトル場$\boldsymbol{B}$の発散：$\nabla\cdot\boldsymbol{B} = (1/r^2)\partial(r^2 B_r)/\partial r + (1/r\sin\theta)\partial(B_\theta\sin\theta)/\partial\theta + (1/r\sin\theta)\partial B_\varphi/\partial\varphi$
スカラー場Aのラプラシアン：

$$\nabla^2 A = (1/r^2)\partial/\partial r[r^2\partial A/\partial r] + (1/r^2\sin\theta)\partial/\partial\theta[\sin\theta\partial A/\partial\theta] + (1/r^2\sin^2\theta)\partial^2 A/\partial\varphi^2$$

[2] 右図のように滑らかな水平面上を液体（密度ρ）が貯められたタンク（運動方向に対する投影面積S）が静止大気中を一定速度Vで運動している．タンク内の液体はタンクに取り付けられた直径Dの円管からタンクに対して一定速度uで大気（圧力P_0, 密度ρ_0）中に噴出している．管中心から水面までの高さはhであり，水面における圧力Pは一定である．また，水位hの変化は無視できるものとする．流体は非圧縮性流体であり，タンクには重力（重力加速度g），抗力（抗力係数C_D）および噴流による推力F_{th}のみが作用し，水平面とタンクとの摩擦および管路における損失は無視できるものとする．与えられた記号のみを用いて，以下の問いに答えなさい．



(1) 液体の噴出速度uを求めなさい．
(2) 管内を流れる流体の体積流量Qをuを用いて表しなさい．
(3) 噴流による推力F_{th}をuを用いて表しなさい．
(4) 推力が発生するPの範囲を求めなさい．
(5) タンクに作用する抗力F_Dが$F_D = C_D(1/2)\rho_0 V^2 S$で与えられる時，タンクの速度$V$を$h$の関数として表しなさい．