

科目名：流体力学 [1 / 2]

(問題 [1], [2] は別々の答案用紙に解答すること)

- [1] 複素数 $z = x + iy$ に対して、複素関数 $w(z) = \phi + i\psi$ とする。ここで、 $i^2 = -1$ であり、 ϕ は速度ポテンシャル、 ψ は流れ関数を表している。複素速度ポテンシャル、

$$w(z) = -i \frac{A}{2\pi} \ln z, \quad (1A)$$

について以下の問いに答えなさい。ただし、 A は正の実定数である。また、極座標 $z = re^{i\theta}$ を用いてもよい。

- (1) 速度ポテンシャルと流れ関数を求めなさい。
- (2) x 方向の流速成分 v_x と y 方向の流速成分 v_y を求めなさい。
- (3) 原点を中心とする半径 R の円周 C に沿う反時計周りの周回積分が、

$$\oint_C (v_x dx + v_y dy) = A, \quad (1B)$$

となることを示しなさい。ただし、 v_x と v_y はそれぞれ x 方向、 y 方向の速度成分である。

- (4) 原点を中心とする半径 R の円周 C に沿う反時計周りの周回積分について、 $q = dw/dz$ とするとき、

$$\oint_C q dz = A, \quad (1C)$$

となることを示しなさい。

科目名：流体力学 [2 / 2]

(問題 [1], [2] は別々の答案用紙に解答すること)

- [2] 密度 ρ_P 、直径 d の球形粒子が、無限に広い静止液体 (密度 $\rho_L (< \rho_P)$ 、粘性係数 μ) 中を速度 $u(t) (\geq 0)$ で沈降している。ここで、 t は時間である。粒子速度は次の運動方程式に従うものとする。

$$\rho_P \frac{\pi d^3}{6} \frac{du}{dt} = (\rho_P - \rho_L) g \frac{\pi d^3}{6} - 3\pi\mu u d \quad (2A)$$

ここで、 g は重力加速度である。初速度を $u(0) = 0$ 、十分に時間が経過したときの終端沈降速度を $u(\infty) = U$ とする (g, U は正定数)。以下の問いに答えなさい。

- (1) U を $\rho_P, \rho_L, \mu, g, d$ を用いて表しなさい。
- (2) 粒子が沈降を開始してから速度が $(1 - e^{-1})U$ となるまでに要する時間を ρ_P, μ, d を用いて表しなさい。ここで e はネイピアの数 (自然対数の底) である。
- (3) 式 (2A) を無次元量 $u^* = u/U, t^* = Ut/d, \rho^* = \rho_P/\rho_L$ を用いて表すと次式となる。

$$\rho^* \frac{du^*}{dt^*} = \frac{1}{A^2} - \frac{18}{B} u^* \quad (2B)$$

無次元数 A, B を $\rho_P, \rho_L, \mu, g, d, U$ から適当な記号を用いて表しなさい。

- (4) 終端沈降状態において抗力の大きさは $|F_D| = 3\pi\mu U d$ である。抗力係数を $C_D = |F_D|/(\pi\rho_L U^2 d^2/8)$ と定義するとき、 C_D を B を用いて表しなさい。
- (5) 次の文章の (a), (b) に入る適当な語句をそれぞれ答えなさい。「問 (4) の形で抗力が与えられるのは B が 1 よりも十分に小さいときである。一方 B を増加させていくと、ある範囲では C_D は概ね一定となる。後者では (a) 抵抗よりも (b) 抵抗が支配的である。」