

科目名：流体力学 [1 / 2]

(問題[1], [2]は別々の答案用紙に解答すること.)

- [1] 外力の働かない系における非圧縮性完全流体の2次元定常流れを考える. 2次元空間直交座標 x, y を導入する. 流速の (x, y) 方向成分を (u, v) と表すと, 連続の式より, 流れ関数 ψ を次式で定義できる.

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}.$$

- (1) 流線を表す式 $dx/u = dy/v$ より, 同一の流線上において $d\psi = 0$, つまり ψ は同一の流線上において一定値をとることを示しなさい.

これ以降の設問(2)–(4)は, 次の流れ関数 ψ で表される流れについて答えなさい.

$$\psi = \frac{y^2}{2} \left(1 - \frac{1}{x^2 + y^2} \right).$$

- (2) 流速 (u, v) を求めなさい.
(3) $\psi = 0$ となる曲線 (および直線) の式を, 全て記しなさい.
(4) 設問(3)の結果と, 無限遠 $|x| \rightarrow \infty$ における流れを参考にして, $x^2 + y^2 \geq 1$ の領域におけるこの流れの特徴を説明しなさい.

科目名：流体力学 [2 / 2]

(問題[1], [2]は別々の答案用紙に解答すること.)

[2] 直径 D の滑らかな円管内に密度 ρ , 動粘度 ν の非圧縮性粘性流体が十分発達した層流状態で管軸方向に定常流動している. 体積流量は Q である. なお, 重力は作用していない. 径方向, 周方向, 軸方向の座標を各々 (r, θ, z) とし, 各方向の速度成分を u_r, u_θ, u_z , 圧力を P とする. 以下の設問に答えなさい.

- (1) 平均速度の大きさ U と質量流量 W を求めなさい.
- (2) レイノルズ数 Re の定義式と物理的意味を書きなさい.
- (3) 壁面摩擦係数 λ と Re の関係を答えなさい.
- (4) 円管の長さ L の区間の圧力損失 ΔP を, ρ, ν, D, L, U を用いて表しなさい.
- (5) 以下の文章中の(a)–(g)を埋めなさい.

t を時刻とすると, 円柱座標系のナビエ・ストークス式の z 方向成分は次式で与えられる.

$$\frac{\partial u_z}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + \nu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \right].$$

本問題の流れは, (a) なので $\partial u_z / \partial t =$ (b). また, 十分発達した管軸方向の層流であり, かつ軸対称流なので, $u_r =$ (c), $u_\theta =$ (d), $\partial u_z / \partial z =$ (e), $\partial u_z / \partial \theta =$ (f) である. 従って, 上式は以下のように整理できる.

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} = \text{(g)}.$$

- (6) 設問(5)の最後の式を解き, 円管内の速度分布を求めなさい. ただし, 解答には, 管の直径 D の代わりに管の半径 R , および次式で定義される C を用いること.

$$C = -\frac{1}{\rho \nu} \frac{\partial P}{\partial z}.$$

- (7) 壁面摩擦応力 τ_w の大きさを, C, R, ρ, ν を用いて表しなさい.